

NOVEMBRO / Semana 1

FÓRMULAS DE MATEMÁTICA PARA O ENEM



INTRODUÇÃO

A Matemática é a ciência que busca reconhecer padrões e procurar regularidades nas formas e números. Naturalmente, ao se trabalhar com padrões e regularidades, surgem fórmulas e algoritmos que permitem a resolução de uma vasta gama de problemas.

Portanto, é extremamente importante conhecer algumas fórmulas matemáticas que serão fundamentais para a resolução de itens da prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM.

DIVISIBILIDADE

Mais do que saber calcular o m.d.c. e o m.m.c. de dois números naturais **a** e **b**, é importante conhecer a relação entre eles:

$$\text{mdc}(a; b) \cdot \text{mmc}(a; b) = a \cdot b$$

PROPORCIONALIDADE

O capítulo de Razão e Proporção é um tópico da Matemática do Ensino Fundamental que está entre os mais cobrados na prova do ENEM. Portanto, é importante conhecer as principais propriedades das proporções.

Primeiramente, é importante dominar a propriedade fundamental das proporções, que diz que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

Diagram illustrating the fundamental property of proportions. It shows two equivalent ways to represent the proportion $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. On the left, the terms are labeled: 'meios' (means) for b and c , and 'extremos' (extremes) for a and d . On the right, the terms are crossed, showing the relationship $a \cdot d = b \cdot c$, with 'meios' for a and d , and 'extremos' for b and c .

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c}$$

Além da propriedade fundamental, é importante conhecer outras propriedades importantes:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} \quad \text{ou} \quad \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \qquad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} \quad \text{ou} \quad \frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$$

Grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais também aparecem com frequência na prova do ENEM, por isso é importante conhecer as equações de proporcionalidade direta e inversa.

Primeiramente a equação da variação proporcional direta:

$$\frac{y}{x} = k \quad \text{ou} \quad y = kx$$

Agora, a equação da variação proporcional inversa:

$$xy = k \quad \text{ou} \quad y = \frac{k}{x}$$

Ainda associado ao contexto de Razão e Proporção, é importante conhecer as definições de escala e velocidade média:

$$\boxed{\text{ESCALA} = \frac{\text{Comprimento no desenho}}{\text{Comprimento no real}}} \quad v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Onde ΔS representa a distância percorrida e Δt o tempo transcorrido.

PRODUTOS NOTÁVEIS

Chamam-se produtos notáveis aqueles que se destacam dos demais por serem obtidos por meio de regras práticas que são muito úteis nos cálculos algébricos.

Quadrado da soma de dois termos	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Quadrado da diferença de dois termos	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Produto da soma de dois termos pela sua diferença	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Cubo da soma de dois termos	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Cubo da diferença de dois termos	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
Produto da forma $(x+a)(x+b)$	$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
Produto da forma $(a+b)(a^2-ab+b^2)$	$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$
Produto da forma $(a-b)(a^2+ab+b^2)$	$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

FATORAÇÃO

Fatorar significa transformar em um produto indicado. A decomposição de uma expressão algébrica em seus fatores é de suma importância para a simplificação de certos cálculos algébricos.

Colocação de um fator comum em evidência	$ax + ay = a(x+y)$
Agrupamento	$\begin{aligned} ax + ay + bx + by &= \\ &= a(x+y) + b(x+y) = \\ &= (x+y) \cdot (a+b) \end{aligned}$
Trinômio quadrado perfeito	$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a+b)^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 &= (a-b)^2 \end{aligned}$
Diferença de dois quadrados	$a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)$
Cubo perfeito	$\begin{aligned} a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 &= (a+b)^3 \\ a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 &= (a-b)^3 \end{aligned}$

Soma de dois cubos	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
Diferença de dois cubos	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
Trinômio da forma $ax^2 + bx + c$	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ onde x_1 e x_2 são as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$

PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO

- I) Produto de potências de mesma base: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- II) Quociente de potência de mesma base: $a^m : a^n = a^{m-n}$
- III) Potência de uma potência: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- IV) Potência de um produto (ou de um quociente): $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

RADICAIS ARITMÉTICOS

Sendo $a \in \mathbb{R}_+$ e $n \in \mathbb{N}$, toda expressão da forma $\sqrt[n]{a}$ é chamada **radical aritmético**. Admitindo-se que estamos lidando com radicais aritméticos, valem as propriedades:

- I) $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- II) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, com $b \neq 0$
- III) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$, com $p \neq 0$
- IV) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

$$v) \left(\sqrt[n]{a} \right)^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Para poder realizar a racionalização de denominadores, é fundamental conhecer os fatores racionalizantes:

I)	$\sqrt{a} \frac{\text{Fator}}{\text{Racionalizante}} \rightarrow \sqrt{a}$
II)	$\sqrt[n]{a^m} \longrightarrow \sqrt[n]{a^{n-m}}$
III)	$\sqrt{a} + \sqrt{b} \longleftrightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b}$

EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Uma das mais famosas fórmulas de Matemática é a fórmula de Bhaskara, que permite resolver equações do segundo grau, assim as raízes da equação $Ax^2 + Bx + C = 0$ são dadas por:

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} \quad \{x_1 = \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} \quad x_2 = \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A}\}, \quad \text{onde } \Delta = B^2 - 4AC$$

De onde conclui-se que:

I) Se $\Delta > 0$ a função duas raízes reais distintas.

II) Se $\Delta = 0$ a função tem uma raiz real dupla (duas raízes reais iguais).

III) Se $\Delta < 0$ a função não tem raízes reais.

É importante lembrar também as relações entre os coeficientes e as raízes:

$$x_1 + x_2 = -\frac{B}{A} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{C}{A}$$

MATEMÁTICA FINANCEIRA

O contexto de Matemática Financeira é muito frequente na prova de Matemática do ENEM, por isso, é importante conhecer as relações entre quantias em uma aplicação financeira:

$$M = C + J$$

Onde **M** é o montante final da aplicação, **C** é o capital e **J** são os juros.

Se o modelo praticado for juros simples:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C(1 + i \cdot t)$$

Onde **i** é a taxa da aplicação e **t** é o tempo transcorrido.

Se for praticado o modelo de juros compostos:

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

TEORIA DOS CONJUNTOS

No estudo da Teoria dos Conjuntos, surgem algumas fórmulas importantes.

A primeira nos dá a quantidade de subconjuntos de um conjunto **A**, que é o número de elementos de seu conjunto das partes. Se um conjunto A tem n elementos, então o conjunto P(A) terá 2^n elementos.

$$n[P(A)] = 2^{n(A)}$$

Onde $n(A)$ representa o número de elementos do conjunto A.

Um importante princípio matemático é o princípio da inclusão e exclusão:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

- $n(A) \rightarrow$ nº de elementos do conjunto A.

- $n(B) \rightarrow$ n° de elementos do conjunto B.
- $n(A \cup B) \rightarrow$ n° elementos da união dos conjuntos A e B ($A \cup B$).
- $n(A \cap B) \rightarrow$ n° de elementos da interseção entre os conjuntos A e B ($A \cap B$).

Também é importante conhecer o número de elementos do produto cartesiano entre dois conjuntos A e B:

$$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

A prova de Matemática do ENEM costuma trazer questões onde é necessário determinar as coordenadas do vértice de uma função quadrática da forma $f(x) = Ax^2 + Bx + C$. Portanto, é importante conhecer que:

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad x_v = \frac{-B}{2A} \qquad y_v = \frac{-\Delta}{4A}$$

x_1 e x_2 são as duas raízes da equação $Ax^2 + Bx + C = 0$.

LOGARITMO

Diversas questões do ENEM abordam os conceitos de Logaritmo e de Função Logarítmica. Por isso, é importante conhecer a definição de logaritmo:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Algumas consequências são:

$$\text{I) } \log_a 1 = 0 \qquad \text{II) } \log_a a = 1 \qquad \text{III) } \log_a a^m = m \qquad \text{IV) } a^{\log_a b} = b$$

Além da condição de existência:

$$\exists \log_a b \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ 1 \neq a > 0 \end{cases}$$

É muito importante também conhecer as propriedades dos logaritmos:

a) Logaritmo do Produto

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

b) Logaritmo do Quociente

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

c) Logaritmo da Potência

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

d) Mudança de Base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Existem, ainda, algumas consequências da mudança de base:

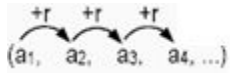
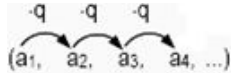
I) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

II) $\log_{a^m} b = \frac{1}{m} \log_a b$

III) $b \cdot c = c$

SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

As principais sequências numéricas são a Progressão Aritmética (P.A.) e a Progressão Geométrica (P.G.), que possuem uma série de fórmulas. Tais fórmulas são listadas abaixo:

P.A.	P.G.
 Termo geral: $a_n = a_1 + (n - 1)r$ $a_n = a_k + (n - k)r$ Soma dos n primeiros termos: $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$	 Termo geral: $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$ $a_n = a_k \cdot q^{(n-k)}$ Soma dos n primeiros termos $S_n = \frac{a_1[q^n - 1]}{q - 1}$ Soma dos infinitos termos (P.G. decrescente) $S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$ Produto dos n primeiros termos $P_n = (a_1)^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}} = \pm \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Há alguns problemas em Combinatória que, embora sejam aplicações do P.F.C., aparecem com muita frequência. Para esses problemas, vale a pena conhecer seus resultados.

I) Permutação:

$$P_n = n!$$

II) Arranjo:

$$A_{n, p} = A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

III) Combinação:

$$C_{n, p} = C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Atenção a propriedade fundamental do fatorial que facilita muito os cálculos. Para qualquer número **n** inteiro positivo, vale:

$$n! = n \cdot (n-1)!$$

PROBABILIDADE

Dado um evento A contido em um espaço amostral equiprovável Ω , define-se:

$$\text{Probabilidade de } A = P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Laplace (1749 - 1827) referia-se aos elementos de A (ou eventos elementares que compõem A) como **casos favoráveis**. Os elementos do espaço amostral Ω eram chamados **casos possíveis**. Definindo, então:

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos totais}}$$

Como consequências imediatas da definição de probabilidade, tem-se as seguintes propriedades, para todos eventos $A, B \subset \Omega$:

- a) $0 \leq P(A) \leq 1$;
- b) $P(\Omega) = 1$;
- c) $P(\emptyset) = 0$;
- d) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$;

e) Se $A \subset B$, $P(A) \leq P(B)$.

Sejam Ω um espaço amostral e dois eventos $A, B \subset \Omega$. Indica-se por $P(A|B)$ a probabilidade do evento A, dado que o evento B ocorreu, isto é, $P(A|B)$ é a probabilidade condicional do evento A, uma vez que B tenha ocorrido. Dessa forma:

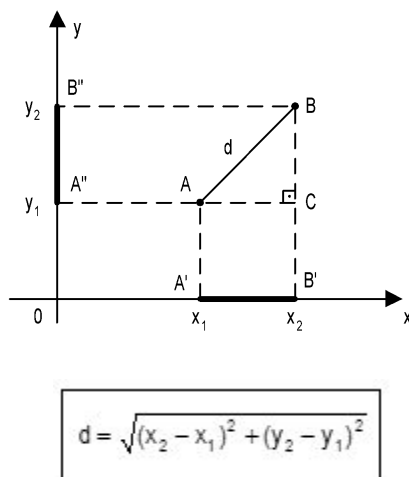
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Enuncia-se, ainda, o Teorema de Bayes (1702 - 1761):

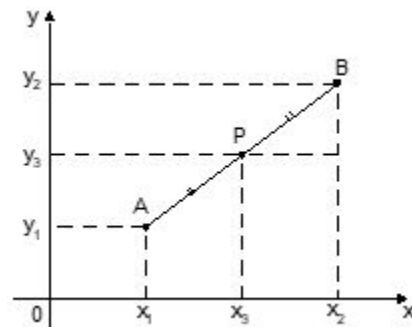
$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|A^c) \cdot P(A^c)}$$

FUNDAMENTOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA

Algumas formulas introdutórias de Geometria Analítica são importantes para a prova do ENEM. A primeira é a fórmula que permite calcular a distância entre dois pontos dados:



É importante também saber determinar o ponto médio de um segmento.

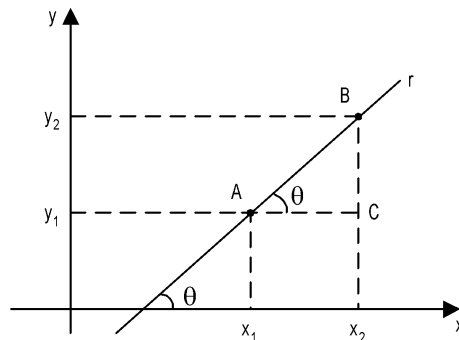


Se $P(x_3; y_3)$ é o ponto médio do segmento $\overline{AB}$ onde $A(x_1; y_1)$ e $B(x_2; y_2)$ então:

$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad e \quad y_3 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

EQUAÇÃO DE RETA

Dados dois pontos de uma reta, é possível determinar o seu coeficiente angular, que é a tangente do ângulo que a reta forma com o eixo-x, através da relação:



Note que $\operatorname{tg}\theta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Daí

$$\boxed{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}} \quad (\text{Válido para retas não-verticais})$$

A partir desse conceito, define-se as principais formas de equação de reta:

i) Forma Fundamental

$$(y - y_p) = m(x - x_p)$$

Onde $(x_p; y_p)$ é um ponto dado e m é o coeficiente angular.

ii) Forma Reduzida

$$y = ax + b$$

Nesta forma, $\{a : \text{coeficiente angular } b : \text{coeficiente linear}$

Observação: Se uma reta passa pela origem, sua equação reduzida é da forma $y = ax$

iii) Forma Geral

$$\boxed{Ax + By + C = 0} \quad (A \text{ e } B \text{ não são ambos nulos})$$

Nesta forma, o coeficiente angular $\boxed{m = -\frac{A}{B}}$

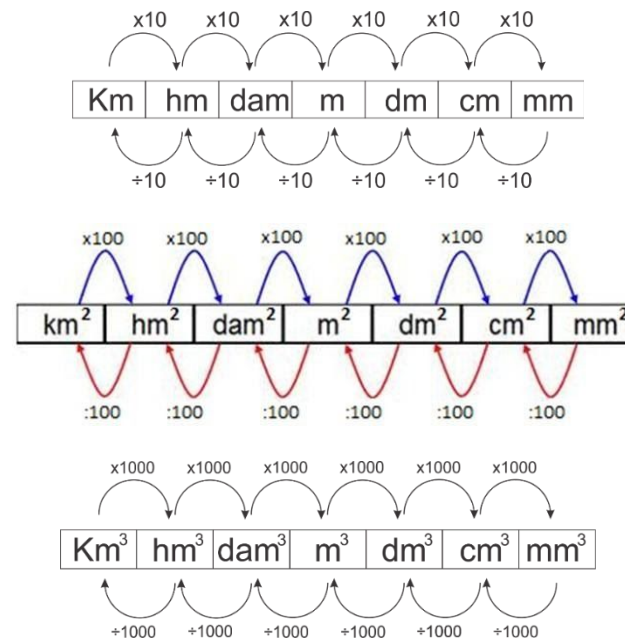
EQUAÇÃO DA CIRCUNFERÊNCIA

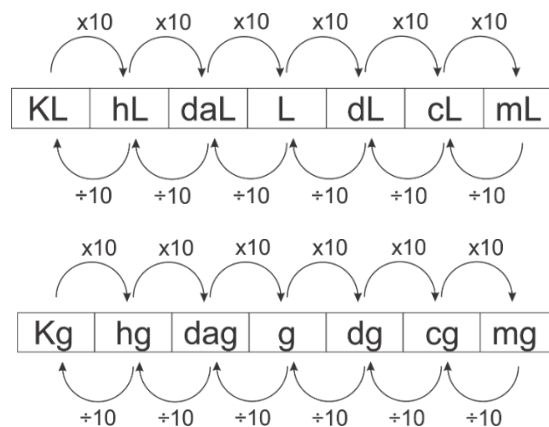
Dada uma circunferência de centro $O(x_0; y_0)$ e de raio R no Plano Cartesiano, sua equação reduzida será dada por:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

UNIDADES DE MEDIDA

É fundamental conhecer as conversões entre os múltiplos e submúltiplos das principais unidades de medida.





Outras relações importantes são:

- $1 \text{ dm}^3 \equiv 1 \text{ L}$
- $1 \text{ m}^3 \equiv 1\,000 \text{ L}$
- $1 \text{ cm}^3 \equiv 1 \text{ mL}$
- $1 \text{ a} \equiv 100 \text{ m}^2$
- $1 \text{ ha} \equiv 10\,000 \text{ m}^2$
- $1 \text{ ton} \equiv 1\,000 \text{ kg}$

POLÍGONOS

O número de diagonais de um polígono de **n** lados é dado por:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo de **n** lados é dada por:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Já a soma das medidas dos ângulos externos vale:

$$S_e = 360^\circ$$

Se o polígono for regular, define-se ângulo interno (a_i), ângulo externo (a_e) e ângulo central (a_c):

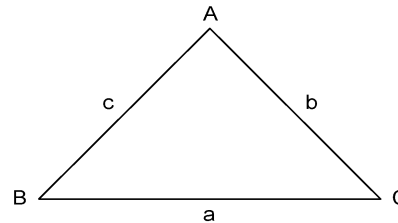
$$a_i = \frac{S_i}{n}$$

$$a_e = \frac{S_e}{n} = \frac{360^\circ}{n}$$

$$a_c = \frac{360^\circ}{n}$$

TRIÂNGULOS

Três segmentos de medidas a , b e c determinam um triângulo se, e somente se, a medida de cada um deles for menor que a soma das medidas dos outros dois.



$$\mathbf{a < b + c \text{ e } b < a + c \text{ e } c < a + b}$$

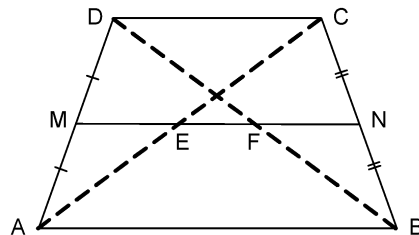
$$|b - c| < a < b + c$$

A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo vale 180° :

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

BASE MÉDIA DE UM TRAPÉZIO

O segmento cujas extremidades são os pontos médios dos lados não paralelos de um trapézio denomina-se base média do trapézio.

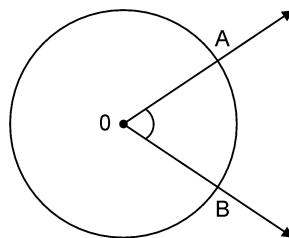


A medida da base média é igual à média aritmética das duas outras. Na figura anterior, temos:

$$[\overline{MN} \text{ é base média}] \Rightarrow [\text{med}(\overline{MN}) = \frac{\text{med}(\overline{AB}) + \text{med}(\overline{CD})}{2}]$$

ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

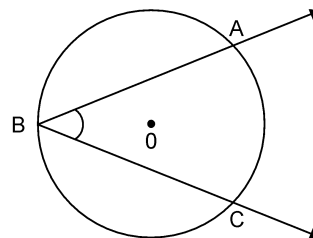
Denomina-se ângulo central o ângulo cujo vértice está no centro da circunferência.



A medida de um ângulo central é igual à medida do arco correspondente.

$$\text{med}(\angle AOB) = \text{med}(\widehat{AB})$$

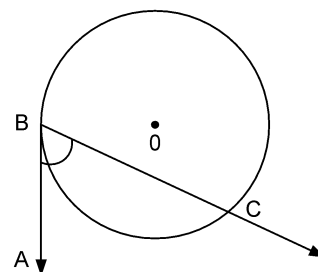
Denomina-se ângulo inscrito o ângulo que tem vértice na circunferência e cujos lados são semi-retas secantes.



A medida de um ângulo inscrito é igual à metade do arco correspondente.

$$\text{med}(\widehat{ABC}) = \frac{\text{med}(\widehat{AC})}{2}$$

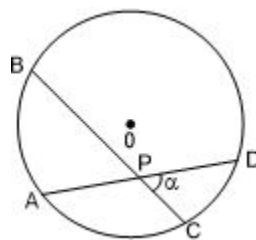
Denomina-se ângulo de segmento o ângulo que tem o vértice na circunferência, um lado é semirreta secante e o outro semirreta tangente.



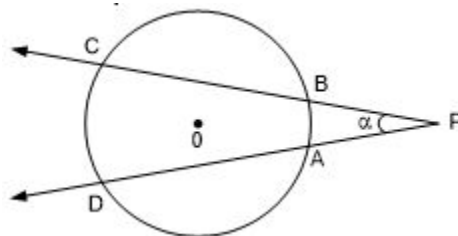
A medida de um ângulo de segmento é igual à metade do arco correspondente.

$$\text{med}(\widehat{ABC}) = \frac{\text{med}(\widehat{BC})}{2}$$

Além dos ângulos apresentados, existem ainda os ângulos cujos vértices são pontos internos e externos a circunferência:

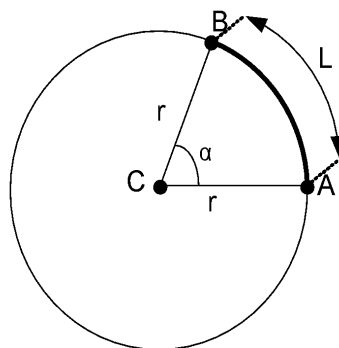


$$\alpha = \frac{\text{med}(\widehat{AB}) + \text{med}(\widehat{CD})}{2}$$



$$\alpha = \frac{\text{med}(\widehat{CD}) - \text{med}(\widehat{AB})}{2}$$

Para calcular a medida de um arco de circunferência, em radianos, basta dividir o comprimento do arco pelo comprimento do raio, ambos na mesma unidade de comprimento. Conforme pode ser observado na figura e fórmula:



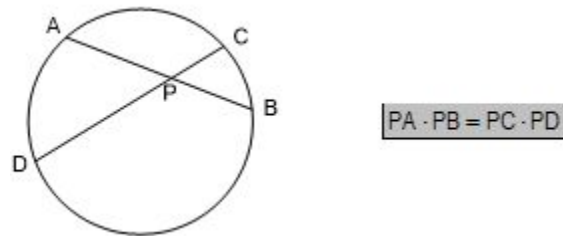
$$\alpha = \frac{L}{r}, \text{ em radianos}$$

O comprimento de uma circunferência de raio r é calculado pela fórmula:

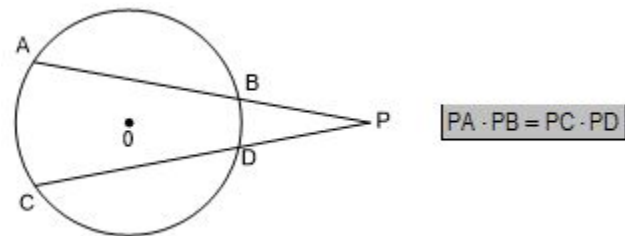
$$C = 2\pi r$$

RELAÇÕES MÉTRICAS NA CIRCUNFERÊNCIA

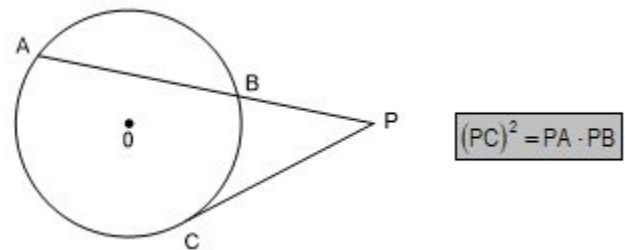
a) Relação das Cordas



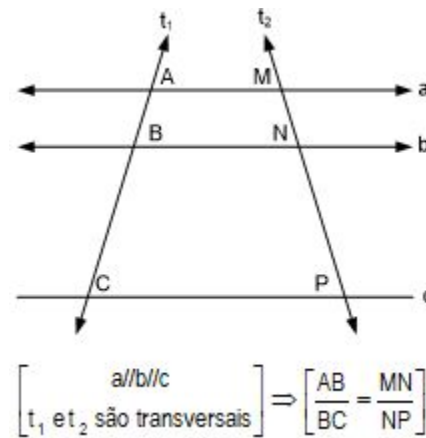
b) Relação dos Segmentos de Secantes



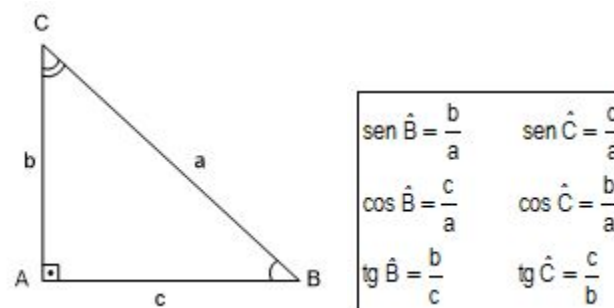
c) Relação do Segmento de Secante e do Segmento de Tangente



TEOREMA DE TALES



RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO



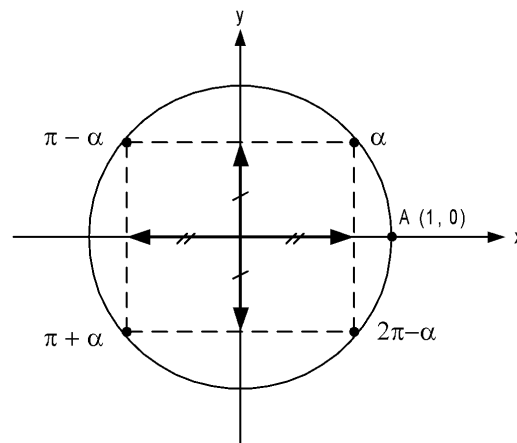
É útil conhecer as razões trigonométricas dos ângulos de 30°, 45° e 60°:

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Observe que:

$$tg \alpha = \frac{sen \alpha}{cos \alpha}$$

REDUÇÃO AO PRIMEIRO QUADRANTE



A) Redução do 2° para o 1° quadrante

$$\begin{cases} \operatorname{sen}(\pi - \alpha) = \operatorname{sen} \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \\ \operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha \end{cases}$$

B) Redução do 3° para o 1° quadrante

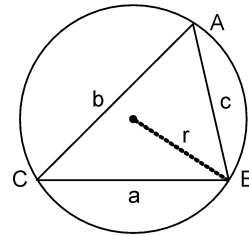
$$\begin{cases} \operatorname{sen}(\pi + \alpha) = -\operatorname{sen} \alpha \\ \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \\ \operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha \end{cases}$$

C) Redução do 4° para o 1° quadrante

$$\begin{cases} \operatorname{sen}(2\pi - \alpha) = -\operatorname{sen} \alpha \\ \cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha \\ \operatorname{tg}(2\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha \end{cases}$$

LEI DOS SENOS

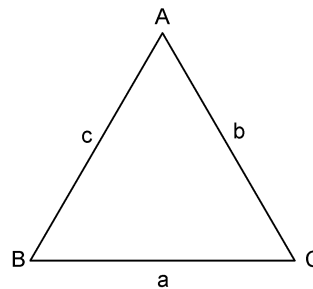
Em qualquer triângulo, as medidas dos lados são proporcionais aos senos dos ângulos opostos e a constante de proporcionalidade é a medida do diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo.



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2r$$

LEI DOS COSSENOS

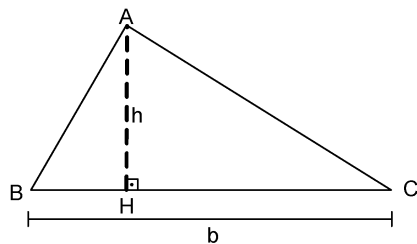
Em qualquer triângulo, o quadrado da medida de um dos lados é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois menos duas vezes o produto das medidas desses dois lados pelo cosseno do ângulo por eles formado.



$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B} \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C} \end{aligned}$$

ÁREAS DO TRIÂNGULO

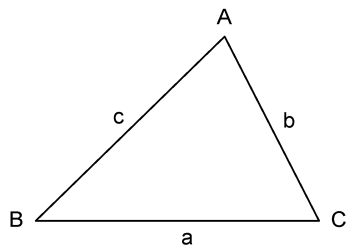
1. Em função da base e da **altura**.



$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

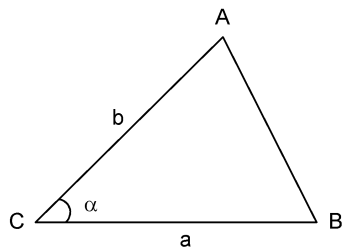
2. Em função das medidas dos **lados**.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{Fórmula de Herão})$$



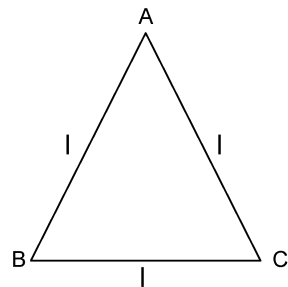
$$\text{onde: } p = \frac{a+b+c}{2}$$

3. Em função da medida de dois lados e da **medida** do ângulo formado por eles.



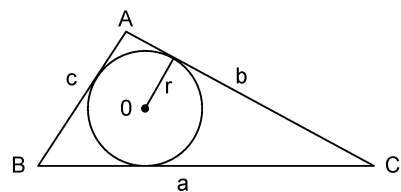
$$S = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen} \alpha}{2}$$

4. Se o triângulo é equilátero de **lado** □.



$$S = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

5. Em função das medidas dos lados e do raio da circunferência **inscrita**.

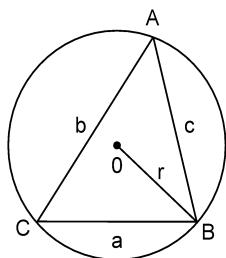


$$S = p \cdot r$$

onde

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

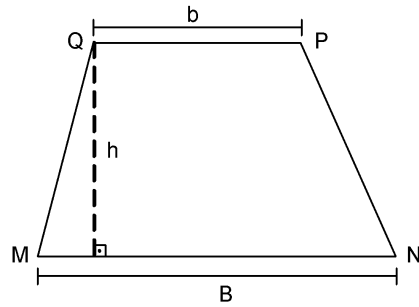
6. Em função das medidas dos lados e do raio da circunferência **circunscrita**.



$$S = \frac{abc}{4r}$$

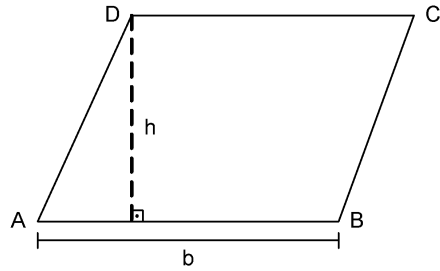
ÁREAS DOS QUADRILÁTEROS:

Trapézio



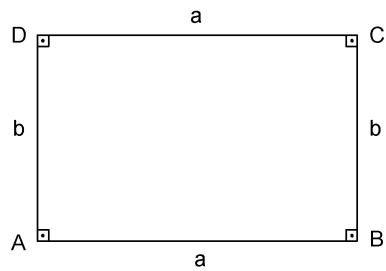
$$S = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

Paralelogramo.



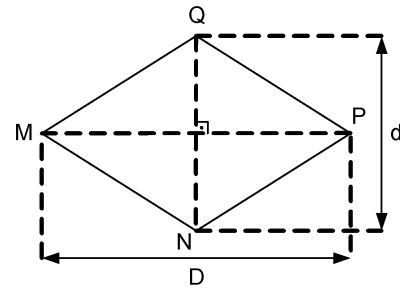
$$S = b \cdot h$$

Retângulo



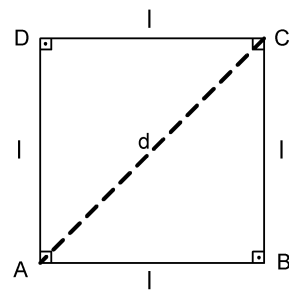
$$S = a \cdot b$$

Losango



$$S = \frac{D \cdot d}{2}$$

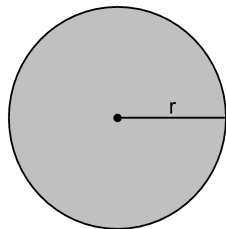
Quadrado



$$S = l^2 \text{ ou } S = \frac{d^2}{2}$$

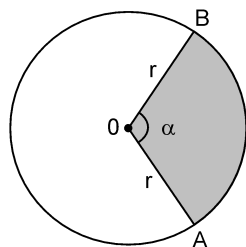
ÁREAS DAS FIGURAS CIRCULARES

Círculo



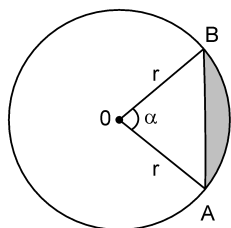
$$S = \pi \cdot r^2$$

Setor circular



$$S = \frac{\alpha r^2}{2} (\alpha \text{ em radianos})$$

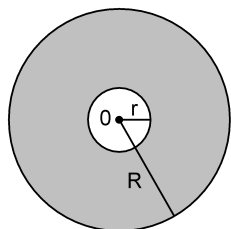
Segmento circular



$$S = \frac{r^2}{2} (\alpha - \text{sen} \alpha)$$

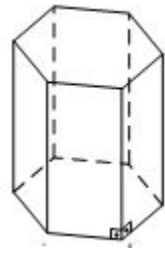
(α em radianos)

Coroa circular



$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

VOLUME DO PRISMA

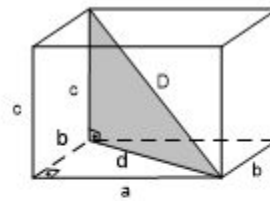


$$V = A_b \cdot h$$

Onde **V** é o volume, **A_b** é a área da base e **h** é a altura.

PARALELEPÍPEDO

Dizemos que um paralelepípedo retângulo tem dimensões **a**, **b**, e **c**; quando sua base é um retângulo de lados **a** e **b** e altura é **c**. Na figura abaixo:



$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$A_t = 2(ab + ac + bc)$$

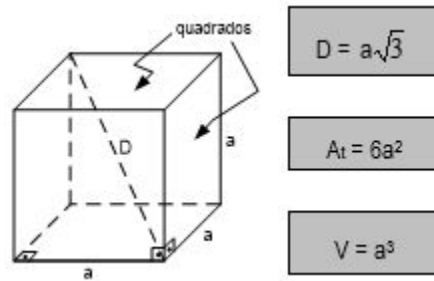
$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$V = abc$$

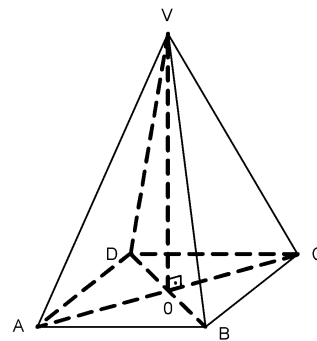
Onde **d** é a diagonal da face, **D** é a diagonal do paralelepípedo, **A_t** é a área total e **V** é o volume.

CUBO

Cubo é o paralelepípedo retângulo no qual todas as faces são quadrados.



VOLUME DA PIRÂMIDE

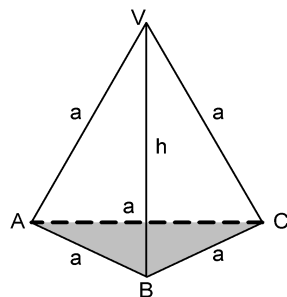


$$V = \frac{1}{3} A_b \cdot h$$

Onde **V** é o volume, **A_b** é a área da base e **h** é a altura.

ALTURA DO TETRAEDRO REGULAR

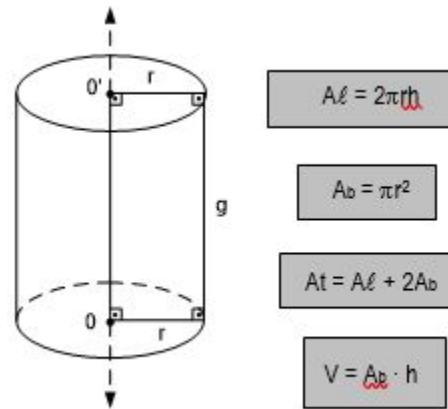
Tetraedro Regular é uma pirâmide regular em que todas as arestas são congruentes e, portanto, todas as faces são triângulos equiláteros.



A altura **h** de um tetraedro regular de aresta **a** é dada pela fórmula:

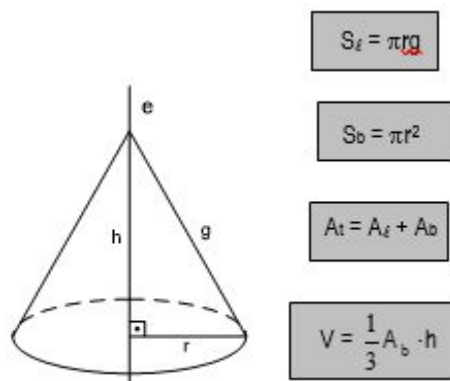
$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

CILINDRO CIRCULAR RETO



Onde **V** é o volume, **A_b** é a área da base, **A_ℓ** é área lateral, **A_t** é área total e **h** é a altura.

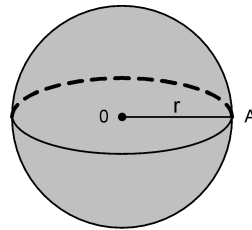
CONE CIRCULAR RETO



Onde **V** é o volume, **A_b** é a área da base, **A_l** é área lateral, **A_t** é área total, **g** é a geratriz e **h** é a altura.

ESFERA

Sejam um ponto **O** e um segmento da reta $\overline{OA}$ de medida **r**. Chama-se **esfera** ao conjunto dos pontos **P** do espaço cujas distâncias ao ponto **O** são menores ou iguais a **r**.



$$\text{ÁREA} \rightarrow A = 4\pi r^2$$

$$\text{VOLUME} \rightarrow V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

POLIEDROS

Em todo poliedro convexo vale a relação:

$$V + F = A + 2$$

Onde **V** é o número de vértices do poliedro, **F** é o número de faces e **A** é o número de arestas.

Num poliedro convexo, a soma dos ângulos de todas as faces é dada por:

$$S = (V - 2) \cdot 360^\circ$$



**VISITE NOSSO SITE
E SIGA NOSSAS REDES**

